

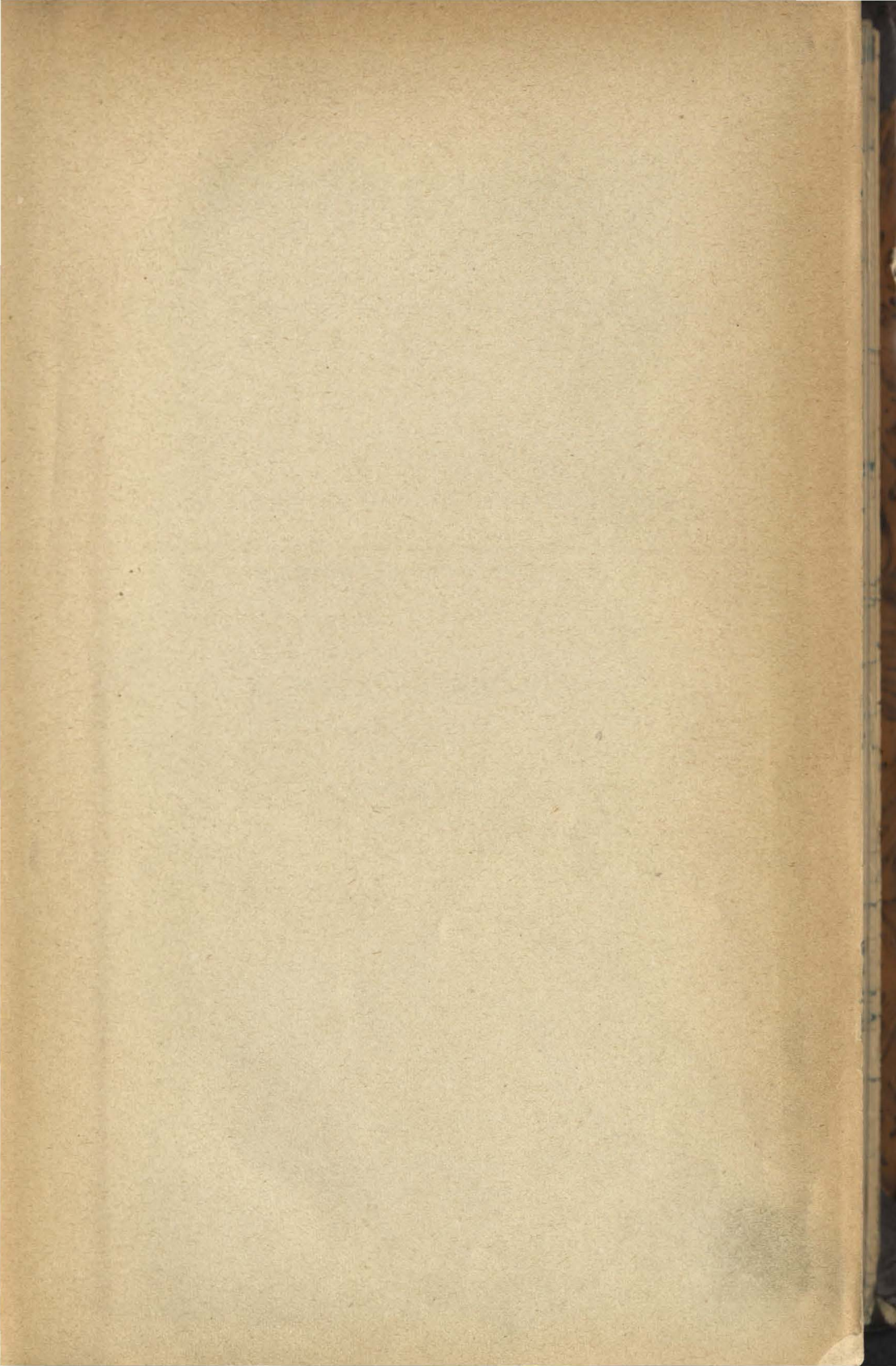
Math. O.

424

7

Digitizálta
a Magyar Tudományos Akadémia Könyvtár
és Információs Központ





É R T E K E Z É S E K
A M A T H E M A T I K A I T U D O M Á N Y O K K Ö R É B Ő L.

K I A D J A A M Á G Y A R T U D O M Á N Y O S A K A D É M I A.

A I I I . O S Z T Á L Y R E N D E L E T É B Ő L

S Z E R K E S Z T I

S Z A B Ó J Ó Z S E F

O S Z T Á L Y T I T K Á R .

V I I . K Ö T E T . X V I I . S Z Á M . 1 8 8 0 .

A

T E L Í T E T T G Ó Z

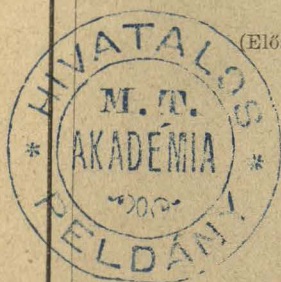
N Y O M Á S Á N A K T Ö R V É N Y É R Ő L .

K Ö Z L E M É N Y

S Z I L Y K Á L M Á N

R . T A G T Ó L .

(Előadta a III. osztály ülésén 1880. június 21.)



— 2 —
Á r a 1 0 k r .
— 2 —

B U D A P E S T , 1 8 8 0 .

A M . T U D . A K A D É M I A K Ö N Y V K I A D Ó - H I V A T A L A .

(A z a k a d é m i a é p ü l e t é b e n .)

A
TELÍTETT GŐZ
NYOMÁSÁNAK TÖRVÉNYÉRŐL.

KÖZLEMÉNY

SZILY KÁLMÁN

R. TAGTÓL.

(Előadta a III. osztály ülésén 1880. június 21.)

BUDAPEST, 1880.

A M. TUD. AKADÉMIA KÖNYVKIADÓ-HIVATALA.

Az Akadémia épületében.

A telített gőz nyomásának törvényéről.

Aligha van kérdés az egész physika körében, melylyel a jelen század physikusai annyit foglalkoztak volna, mint a telített vízgőz mérséklete és nyomása közti összefüggés kérdése. Egyfelől a legkitűnőbb experimentátorok, Dalton, Kämtz, Arago és Dulong, Magnus, Regnault, tettek mind nagyobb és nagyobb pontosságú kísérleteket az összefüggés minél szabatosabb megállapítása végett, másfelől pedig a calculátorok egész serege vetette magát azon számbeli feladvány megoldására, hogy minő empirikus formula tünteti elő leghívebben az experimentátorok szerezte eredményeket. Dove már 1837-ben nem kevesebb, mint 30 ilyen empirikus formulát gyűjtött egybe a Repertorium der Physik I. kötetében. Számuk azóta legalább is megkétszereződött, a nélkül, hogy a főfeladatot, az igazi összefüggés kiderítését egy lépéssel is előbbre vitték volna.

Legutóbb Raoul Pictet, a nagyhírű genfi physikus tett közzé a Comptes Rendus f. évi május 3-iki számában egy »*általános egyenletét, mely megadja minden telített gőzre a mérséklet és nyomás közti relatiót.*« »Elle contient la totalité des équations d'interpolation de Regnault pour tous les liquides volatils connus.«

Pictet formulájának érdekességét nagy mértékben emeli még az a körülmény is, hogy látszólag minden hypothesis nélkül, szigorú thermodynamikai alapon, az I. és II. föltétel felhasználásával van levezetve, s hogy teljes összeegyeztést mutat — un accord complet — a kísérleti adatokkal, a víznél, a szénkénegnél, benzinnél, kénessavnál, ammoniaknál, aethernél, s

mindazon folyadékoknál, melyekre nézve szabatos kísérleti adatokat bírnak.

A kérdés fontossága s a szerző megérdemelt nagy tekintélye arra indítottak, hogy sok mindenféle administratív teendőim mellett is, időt szakítsak Pictet értekezésének beható tanulmányozására s tanulmányom eredményeinek kidolgozására.

* * *

Pictet a thermodynamika II. főtételét a következő alakban írja fel

$$L = Q_1 \frac{T_1 - T}{T_1} \dots \dots (1).$$

melyben L a teljes körfolyam alatt végzett munkát, Q_1 a T_1 absolut mérsékletnél közlött meleget, T_1 pedig a $(Q_1 - L)$ melegmennyiség elvezetésekor meglevő mérsékletet jelenti. Ugyanezt az egyenletet alkalmazza azon sajátos körfolyamra is, melyet a keresett relatió kipuhatólása végett gondolt ki. Pictet körfolyamára azonban ez az egyenlet egyáltalában nem alkalmazható, mert ez, mint tudva van, csak akkor érvényes, ha a melegközlés és a meleg elvezetés állandó mérsékletnél megy végbe, különben pedig az általános érvényű

$$\int \frac{dQ}{T} = 0$$

egyenletet kell alkalmazni. Már pedig Pictet körfolyamában az a melegközlés, mely a végből szükséges, hogy a folyadék hőmérséke T fokról T_1 fokra emeltessék, bizonyára nem állandó mérséklet mellett megy végbe, s így nem is engedhető meg az (1) alatti egyenletnek ily körülményekre való alkalmazása.

Miután ekként meggyőződtem arról, hogy a Pictet-féle levezetés nem szerez megnyugtatót, igyekeztem közvetlenül az I. és II. főtételből, minden körfolyamra való hivatkozással nélkül, levezetni az ő formuláját, a priori világos lévén előttem, hogy akárminő körfolyamra alkalmazzuk is a két főtételt, olyasmit semmi esetre sem találhatunk, a mi implicite már benne ne lenne a két főtételben.

A telített gőzökre nézve a thermodynamika I. és II. fő-tételének egybekapcsolása a következő jellemző egyenletet adja:

$$s - \sigma = \frac{E \cdot r}{T \frac{dp}{dT}} \dots \dots \dots (2).$$

hol is s és σ a telített gőz, illetőleg a folyadék faji térfogata, p a telített gőz nyomása, r ugyanannak rejtett melege, mindannyiát T absolut mérsékletnél véve; E pedig a melegség mechanikai egyenértéke.

Ugyancsak T mérsékletnél és p nyomás alatt a levegő faji térfogata:

$$v = \frac{RT}{p}, \text{ hol is } R = \frac{10333}{274 \times 1.293} \dots \dots \dots (3).$$

A gőz és levegő faji térfogatának fordított viszonya megadja a telített gőz sűrűségét (δ), levegőre vonatkoztatva, vagyis

$$\delta = \frac{v}{s} \dots \dots \dots (4).$$

Helyetteszük ide be (2) és (3)-ból s és v értékét és vegyük figyelembe, hogy σ az s mellett mindig igen kicsiny s nagy megközelítéssel el is hanyagolható, úgy

$$\delta = \frac{RT^2 dp}{E p r dT}$$

Ebből pedig:

$$\frac{dp}{p} = \frac{E}{R} r \delta \frac{dT}{T^2}$$

Integráljunk T -től T_1 -ig, úgy

$$\log \left(\frac{p_1}{p} \right) = \frac{E}{R} \int_r^x \delta \frac{dT}{T^2} \dots \dots \dots (5).$$

Ha a jobb oldalon kijelölt integrálást elbírnók végezni, úgy mindjárt kész lenne a telített gőzök nyomását és mérsékletét egybefűző, rég keresett formula. Erre azonban szükséges volna tudnunk, hogy a telített gőz rejtett melege (r) és sűrűsége (δ) minő functioja a mérsékletnek. A míg ez meg nincs állapítva, vagy a míg ezt illetőleg valamiféle hypothesisal nem

élünk, addig a thermodynamika nem adhat többet, mint a mi az (5) alatti egyenletben van kifejezve.

A legegyszerűbb és legközelebb fekvő hypothesis, a mit az $r\delta$ szorzatra nézve tehetünk, az, hogy

$$r\delta = \text{Const.}$$

E hypothesis mellett az integrálás azonnal végrehajtható, mit is elvégezvén, kapjuk a következő relatiót:

$$\log\left(\frac{p_1}{p}\right) = \frac{E}{R} r\delta \frac{(T_1 - T)}{T_1 T} \dots \dots \dots (6).$$

A (6) alatti relatio, lényegére nézve, teljesen azonos a Pictet-féle gőznyomási formulával, és csakis alakilag különbözik tőle, a mennyiben ő nála a T_1 mérsékletnek megfelelő rejtett meleg van bevezetve a formulába. Ha ugyanis a rejtett melegnek Regnault-féle empirikus formulájában a fajmeleget állandónak tekintjük, könnyen megtaláljuk a T és T_1 mérsékleteknek megfelelő rejtett melegek között a következő összefüggést

$$r = r_1 + (c - k) (T_1 - T)$$

holis c a folyadék fajmelege, k a gőz fajmelege állandó nyomásnál (vizgőznél: 0.305.)

Helyettesítsük r ez értékét (6)-ba, úgy a következő egyenlet származik:

$$\log\left(\frac{p_1}{p}\right) = \frac{E}{R} \delta \cdot \frac{[r_1 + (c - k) (T_1 - T)] (T_1 - T)}{T_1 T} \quad (7).$$

Ez Pictet formulája. A hypothesis, melynek alapján e gőznyomási formulára jutunk, abban áll, hogy minden telített gőznél a rejtett melegnek és sűrűségnek szorzománya a hőmérséktől független. Jelöljük e szorzomány állandó értékét C -vel, úgy (4) szerint:

$$\frac{vr}{s} = C$$

és

$$\frac{ps}{T} = \frac{R}{C} r \dots \dots \dots (8).$$

Vagyis míg a gázoknál a nyomás és térfogat szorzománya elosztva az abszolút mérséklettel állandó mennyiséget

ad, az alatt a telített gőzöknél e viszony aránylagos lenne a rejtett meleggel.

Érdekesnek tartottam tüzetesen megvizsgálni, mennyiben tesz eleget e hypothesisnek az a gőz, melynek hőtani paramtereit legpontosabban ismerjük, t. i. a vízgőz. Az

$$r\delta = \frac{RT^2 dp}{EpdT}$$

egyenletből kiindulva, 10⁰-ról 10⁰-ra kiszámítottam a Zeuner-féle táblák alapján az

$$\frac{RT^2 dp}{EpdT}$$

szorozmányt $T = 273$ -tól egész 473, vagyis 0⁰-tól 200-ig.

A számítás eredményét a következő táblába foglaltam össze:

T	$r\delta$	T	$r\delta$
273.....	370·36	373.....	345·93
283.....	369·75	383.....	343·30
293.....	368·40	393.....	340·82
303.....	366·42	403.....	338·43
313.....	363·94	413.....	336·15
323.....	361·04	423.....	333·94
333.....	357·92	433.....	331·81
343.....	354·70	443.....	329·78
353.....	351·54	453.....	327·75
363.....	348·66	463.....	325·78
373.....	345·93	473.....	323·84

Kitűnik e táblázatból, hogy a vízgőznél az $r\delta$ szorozmány 0⁰ és 200⁰ fok között korántsem marad állandó; egyenetlen csökkenéssel leapad az eredeti értéknek mintegy 12⁰/₁₀-ával. Pictet hypothesise tehát elméleti szigorúságra nem tarthat igényt; formulájának csakis empirikus becse van. De az empirikus formulák között annyiban kiváló helyet foglal el, a mennyiben legalább ismeretes felőle, hogy minő physikai tulajdonsággal kellene a gőzöknél bírniok, hogy nyomásuk e formulának hódoljon.

Ily szempontból itélve meg a dolgot, elővettem az előttem ismeretes, eddigi empirikus formulákat; megvizsgáltam, hogy alkatukra nézve melyik egyezik meg Pictet formulájával legjobban, s azt találtam, hogy az ugynevezett Roche-féle formula, melyet már Regnault is különös figyelmére méltatott, alkatára nézve *teljesen megegyezik a Pictet-féle formulával*. Ez utóbbi ugyanis a (6) alatti egyenlet alapján így írható:

$$\log p = \log p_0 + \text{Const.} \frac{(t - t_0)}{273 + t}$$

a Roche-féle formula pedig erre az alakra hozható:

$$\log p = \log p_0 + \text{Const.} \frac{(t - t_0)}{267 + t}$$

és a kettő, még a nevezőbeli állandóra nézve is teljesen megegyez, a mennyiben a víz fagyó pontja, a mit ma 273-al jelölünk, Gay Lussac korában 267-nek vétetett.

Összefoglalva mindent: Pictet formulája elméleti szigorúságra nem tarthat számot s az empirikus formulák körében sem jelez haladást. Ugyanott állunk ma is, a hol előbb; a gőz nyomásának törvénye még mindig ismeretlen.

Eddig külön megjelent

É R T E K E Z É S E K

a matematikai tudományok köréből.

Első kötet.

- | | |
|---|--------|
| I. Szily Kálmán. A mechanikai hő-elmélet egyenleteinek általános alakjáról. Székfoglaló. | 10 kr. |
| II. Hunyady Jenő. A pólus és a polárok. A viszonyos polárok elve | 20 kr. |
| III. Vész János A. Biztosítási kölcsön (új életbiztosítási nem) | 20 kr. |
| IV. Kruspér István. A Schwerdt-féle Comparator módosított alkalmazása | 10 kr. |
| V. Vész János A. Legrövidebb távolok a körkúpon. Székfoglaló. | 10 kr. |
| VI. Tóth Ágoston. Az európai nemzetközi fokmérés és a körébe tartozó geodetai munkálatok | 20 kr. |
| VII. Kruspér István. A párisi meter-prototyp | 10 kr. |
| VIII. König Gyula. Az elliptikai függvények alkalmazásáról a magasabb fokú egyenletek elméletére | 20 kr. |
| IX. Murmann Ágost. Európa bolygó elemei, annak tíz első észlelt szembenállása szerint | 20 kr. |
| X. Szily Kálmán. A Hamilton-féle elv és a mechanikai hő-elmélet második fő tétele | 10 kr. |
| XI. Tóth Ágoston. A földképkészítés jelen állása, a mint az képviselve volt az antwerpeni kiállításon. Két táblával | 20 kr. |

Második kötet.

- | | |
|--|--------|
| I. Murmann Ágost. Freia bolygó feletti értekezés | 30 kr. |
| II. Kruspér István. A comparatorokról | 10 kr. |
| III. Kruspér István. A vonásos hosszsmértékek összehasonlítása folyadékokban | 10 kr. |
| IV. Feszt V. A közlekedési művek és vonalak | 20 kr. |
| V. Murman A. Az 1861. nagy üstökös pályájának meghatározása | 20 kr. |
| VI. Kruspér J. A párisi levéltári méter-rúd | 10 kr. |

Harmadik kötet.

- | | |
|--|--------|
| I. Vész János Ármin. Adalék a visszafutó sorok elméletéhez. | 10 kr. |
| II. Konkoly Miklós. Az ógyallai csillagda leírása s abban történt napfoltok észlelése néhány spectroscopicus észlelés töredékeivel. 1872. és 1873. Három táblával. | 40 kr. |
| III. Kondor Gusztáv. Emlékbeszéd Herschel János k. tag fölött | 10 kr. |
| IV. B. Eötvös Loránd. A rezgések intenzitása, tekintettel a rezgés forrásnak és az észlelőnek mozgására | 10 kr. |
| V. Réthy Mór. A Diffractio elméletéhez | 12 kr. |
| VI. Martin Lajos. Az erőműtani csavarfelületek. — A vízszintes szélkerék elmélete. Két értekezés | 1 frt |
| VII. Réthy Mór. A kerületre redukálható felület-egészletek elméletéhez | 15 kr. |
| VIII. Galgóczy Károly. Emlékbeszéd Vallas Antal k. tag felett. | 10 kr. |

Negyedik kötet.

- | | |
|---|--------|
| I. Schulhof Lipót. Az 1870. IV. sz. Üstökös definitív pályaszámítása | 10 kr. |
| II. Schulhof Lipót. Az 1871. II. sz. Üstökös definitív pályaszámítása. | 10 kr. |
| III. Szily Kálmán. A hő elmélet második fő tétele, levezetve az elsőből | 10 kr. |
| IV. Konkoly Miklós. Csillagászati megfigyeléseim 1874 és 1875-ben. | 50 kr. |

V. Konkoly Miklós. Napfoltok megfigyelése az ó-gyallai csillagdában.	40 kr.
VI. Hunyadi Jenő. A kúpszeleten fekvő hat pont feltételi egyenletének különböző alakjairól	20 kr.
VII. Réthy Mór. A három méretű homogén tér (u. n. nem euklidikus) síktan. trigonometria.	20 kr.
VIII. Réthy Mór. A propeller és peripeller felületek elméletéhez.	30 kr.
IX. Fest Vilmos. Tennesi Reitter Ferencz emléke	10 kr.

Ötödik kötet.

I. Kondor Gusztáv. Emlékezés Nagy Károly r. tag felett	10 kr.
II. Kenessey Albert. Adatok folyóink vizrajzi ismeretéhez	20 kr.
III. Dr. Hoitsy Pál. Csillag-észlelés a kelet-nyugot vonalban (egy szám-táblával).	30 kr.
IV. Hunyadi Jenő. A kúpszeleten fekvő hat pont feltételi egyenletének különböző alakjairól. (Folytatás a IV. kötetben ugyane cím alatt meg-jelent értekezésnek.)	10 kr.
V. Hunyadi Jenő. Apollonius feladata a gömbfelületen	10 kr.
VI. Dr. Gruber Lajos. 24 η Cassiopeiae kettős csillag mozgásáról	10 kr.
VII. Martin Lajos. A változtatási hánylat alkalmazása a propeller-fölület egyenletének lefejtésére.	20 kr.
VIII. Konkoly Miklós. A teljes holdfogyatkozás 1877. február 27-én és az 1877. (Borelli) I. számú üstökös szinképének megfigyelése az ó-gyallai csillagdán.	10 kr.
IX. Konkoly Miklós. A napfoltok s a nap felületének kinézése 1876-ban (három képtáblával).	40 kr.
X. Konkoly Miklós. 160 álló csillag szinképe. Megfigyeltetett az ó-gyallai csillagdán 1876-ban	20 kr.

Hatodik kötet.

I. Konkoly Miklós. Hulló csillagok megfigyelése a magyar korona területén. I. rész. 1871—1873. Ára	20 kr.
II. Konkoly Miklós. Hulló csillagok megfigyelése a magyar korona területén. II. rész. 1874—1876. Ára	20 kr.
III. Az 1874. V. (Borelli-féle) Üstökös definitív pályaszámítása. Közlik dr. Gruber Lajos és Kurländer Ignác kir. observatorok. 10 kr.	
IV. Schenzl Guido. Lehajlás meghatározások Budapesten és Magyar-ország délkeleti részében.	20 kr.
V. Gruber Lajos. A november-havi hullócsillagokról	20 kr.
VI. Konkoly Miklós. Hulló csillagok megfigyelése a magyar korona terü-letén 1877-ik évben. III. Rész. Ára	20 kr.
VII. Konkoly Miklós. A napfoltok és a napfelületének kinézése 1877-ben. Ára	20 kr.
VIII. Konkoly Miklós. Mercur átvonulása a nap előtt. Megfigyeltetett az ó-gyallai csillagdán 1878. május 6-án	10 kr.

Hetedik kötet.

I. Konkoly Miklós. Mars felületének megfigyelése az ó-gyallai csillag-dán az 1877-iki oppositio után. Egy táblával.	10 kr.
II. Konkoly Miklós. Álló csillagok szinképének mappirozása.	10 kr.
III. Konkoly Miklós. Hullócsillagok megfigyelése a magyar korona területén 1878-ban. IV. rész. Ára	10 kr.
IV. Konkoly Miklós. A nap felületének megfigyelése 1878-ban az ó-gyallai csillagdán.	10 kr.
VI. Hunyadi Jenő. A Möbius-féle kritériumokról a kúpszeletek elmé-letében	10 kr.
VII. Konkoly Miklós. Spectroscopicus megfigyelések az ó-gyallai csil-lagvizsgálón	10 kr.
VIII. Dr. Weinek László. Az instrumentális fényhajlás szerepe egy Vénus-átvonulás photographiai felvételénél	20 kr.